

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по астрономия

VI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
III кръг

Задача 1 (7-8 клас): (А) По кой от двата кръга се движи пролетната равноденствена точка вследствие на прецесията – по еклиптиката или по небесния екватор? Обяснете своя отговор.

(Б) Защо в т.нар. високосни години се добавя едно денонощие, а не се изважда?

Решение: (А) Еклиптиката е проекция на земната орбита върху небесната сфера и не променя положението си относно звездите – винаги е на едно и също място на фона на зодиакалните съзвездия. Небесният екватор е проекция на земния екватор върху небесната сфера. Поради прецесията на земната ос небесният екватор непрекъснато променя положението си на фона на звездите. Така се променят и положенията на пресечните точки на небесния екватор с еклиптиката – равноденствените точки. Следователно пролетната равноденствена точка се мести по еклиптиката и постепенно преминава от едно зодиакално съзвездие в друго (както и есенната).

(Б) Ние приемаме календарната година да е 365 дни, защото това е близко до продължителността на тропичната година – 365.2422 денонощия. Дробната част на това число е по-малка от 0.5 денонощия. Затова, като изминат 4 години, се натрупва изоставане на календара с около 1 денонощие, което се прибавя към високосната година. Ако дробната част на продължителността на годината беше по-голяма от 0.5 денонощия, то щеше да е по-удобно годините да са по 366 дни. След като изминат определен брой години, щеше да се получава избързване на календара, което да се коригира с изваждане на 1 ден от някои от годините. Тези по-особени години щяха да са по 365 дни.

Задача 2 (7-8 клас): Неотдавна около звездата 14 Нег беше открита гигантска планета, по-голяма от Юпитер, която обикаля с период 1619 земни денонощия на разстояние 2.5 AU около планетата. Да си представим, че са регистрирани сигнали от извънземна цивилизация, обитаваща друга планета около същата звезда. Цивилизацията се състои от едно единствено разумно същество – жив океан, покриващ цялата планета и подобен на описания от Станислав Лем в романа “Соларис”. Океанът ни е съобщил, че неговата планета е като Земята и обикаля по кръгова орбита на разстояние 0.65 AU от звездата. Особено значение в живота му имат приливите, които се случват през период от 12 часа. Океанът е много любопитен как изглежда нашата Луна, тъй като неговата планета си няма спътник.

Пресметнете продължителността на слънчевото и звездното денонощие за планетата.

Решение: Очевидно приливните вълни в разумния океан се предизвикват само от звездата, понеже планетата няма спътник. Би трябвало да има две приливни вълни – една от към страната на планетата, обърната към звездата, и втора - на противоположната страна. Щом приливите се случват през период от 12 часа, то продължителността на слънчевото денонощие за планетата трябва да е $12 \times 2 = 24$ часа.

За да изчислим продължителността на звездното денонощие, трябва да намерим орбиталния период на планетата T . Означаваме с a радиуса на нейната орбита, а с T_1 и a_1 съответно, орбиталния период и голямата полуос на планетата гигант. Съгласно третия закон на Кеплер:

$$\begin{aligned} a^3 / T^2 &= a_1^3 / T_1^2 \\ T &= T_1 (a / a_1)^{3/2} \\ T &= 214.64 \text{ d.} \end{aligned}$$

Ако планетата се върти около оста си в същата посока, в която обикаля около звездата, то:

$$1 / T'' = 1 / T' + 1 / T$$

където $T' = 24^h$ е слънчевото денонощие, а T'' е звездното денонощие за планетата.

$$\begin{aligned} T'' &= T'T / (T + T') \\ T'' &= 23^h 53^m \end{aligned}$$

В случай, че планетата се върти в посока, обратна на посоката на обикаляне по орбитата си:

$$\begin{aligned} 1 / T'' &= 1 / T' - 1 / T \\ T'' &= T'T / (T - T') \\ T'' &= 24^h 07^m \end{aligned}$$

Задача 3 (9-10, 11-12 клас): Една от звездите, около които вече са открити планети, е 14 Her – оранжева звезда с температура 5050 K и светимост 0.42 от светимостта на Слънцето. Планетата е гигант, като Юпитер. Да предположим, че около звездата има и друга планета от земен тип, която е на такова разстояние, че получава от звездата същата енергия, както Земята от Слънцето. Цялата планета е покрита с мислещ океан, подобен на описания от Станислав Лем в романа “Соларис”. В процеса на мислене точкови елементи от повърхността на океана си обменят информация. Те са активни само когато се огряват от светлината на звездата. През останалото време спят.

Приблизително колко време може да продължи непрекъснат “разговор” между две диаметрално противоположни екваториални точки от океана? Приемете, че слънчевото денонощие за планетата е 24 часа, а атмосферата ѝ е същата като земната.

Решение: За да получава планетата същата енергия, както Земята от Слънцето, трябва да е изпълнено съотношението:

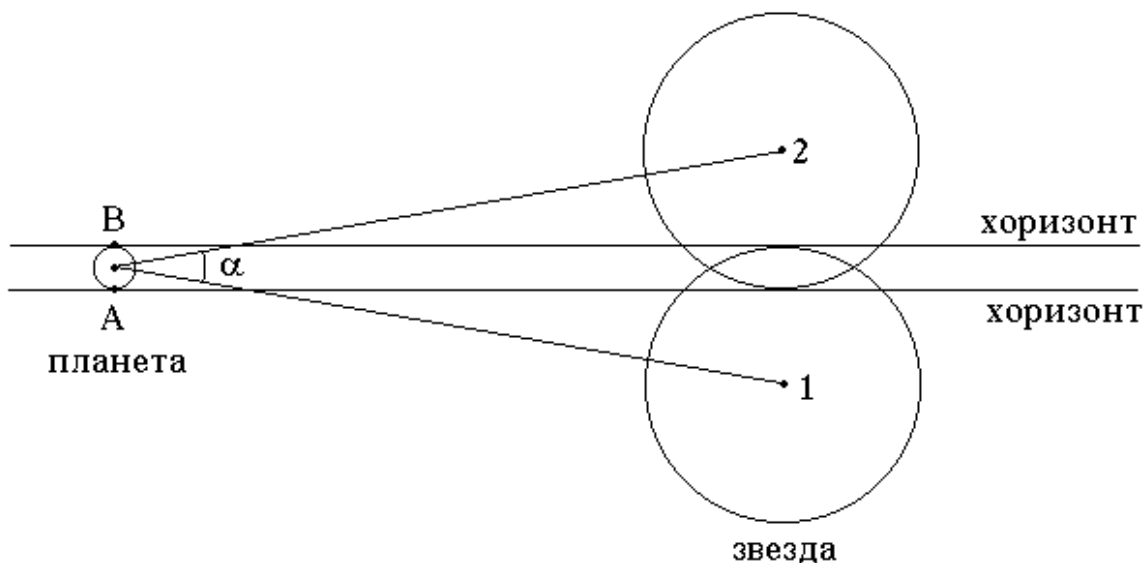
$$L / 4\pi r^2 = L_{\odot} / 4\pi r_{\oplus}^2$$

където L и $L_{\odot}$ са светимостите на звездата и на Слънцето съответно, а r и $r_{\oplus}$ - разстоянията от планетата до звездата и от Земята до Слънцето. За разстоянието от звездата до планетата получаваме:

$$r = r_{\oplus} (L / L_{\odot})^{1/2},$$

$$r \approx 97.2 \times 10^6 \text{ km}$$

“Разговорът” между две противоположни екваториални точки на океана може да продължи повече от един миг по две причини – поради рефракцията и поради факта, че звездата е по-голяма от планетата и огрява едновременно повече от половината от нейния екватор.



Нека А и В са двете противоположни точки от екватора. На фигурата се вижда, че те ще бъдат едновременно огрявани от светлината на звездата в интервала от време между моментите, когато звездата при своето видимо денонощно въртене се премести от положение 1 в положение 2. За това време видимото ъглово преместване на звездата е α . Ако пренебрегнем размерите на планетата в сравнение с тези на звездата, можем да приравним α на видимия от планетата удвоен ъглов радиус на звездата.

Линейния радиус на звездата R можем да намерим, като използваме следните съотношения:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4$$

където T е температурата на звездата, а $R_{\odot}$ и $T_{\odot}$ са съответно радиусът и температурата на Слънцето.

$$R = R_{\odot} (T_{\odot} / T)^2 (L / L_{\odot})^{1/2}$$

$$R \approx 591000 \text{ km}$$

Следователно видимият ъглов диаметър на звездата е:

$$\alpha = (2R / r) \times (180^\circ / \pi) = 0^\circ.68$$

Към него трябва да прибавим и удвоения ъгъл на рефракция на хоризонта, който приемаме за $0^\circ.5$, понеже атмосферата на планетата е като земната:

$$\beta = \alpha + 2 \times 0^\circ.5 = 1^\circ.68$$

Звездата се премества на ъгъл β за време:

$$t = \beta \times 24^h / 360^\circ$$

$$t \approx 7 \text{ min}$$

Толкова време може да продължи непрекъснатият разговор между две противоположни екваториални точки от разумния океан.

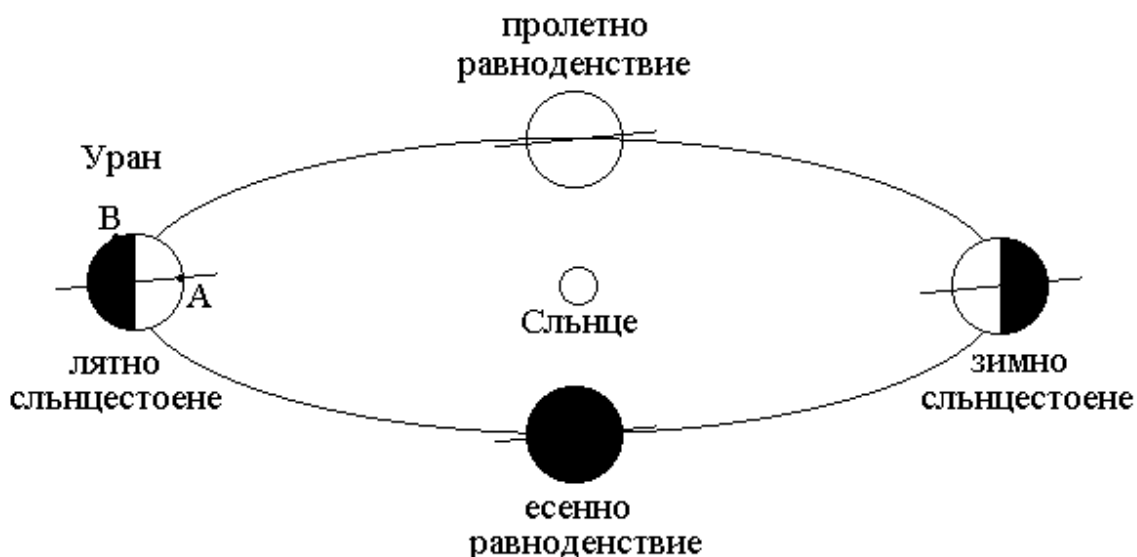
Задача 4 (7-8 клас): Както е известно, оста на въртене на Уран е много силно наклонена към орбитата на планетата около Слънцето. Ъгълът между оста на Уран и равнината на неговата орбита е само 8° . Опишете как изглежда видимото денонощно движение на Слънцето за наблюдател А, който се намира на един от полюсите на Уран, и наблюдател В на екватора на Уран около следните моменти:

- лятно и зимно слънцестоене;
- пролетно и есенно равноденствие.

За всеки от случаите посочете на каква максимална височина се издига Слънцето над хоризонта. Рефракцията в атмосферата да не се отчита.

Къде са разположени тропичните и полярните окръжности на Уран?

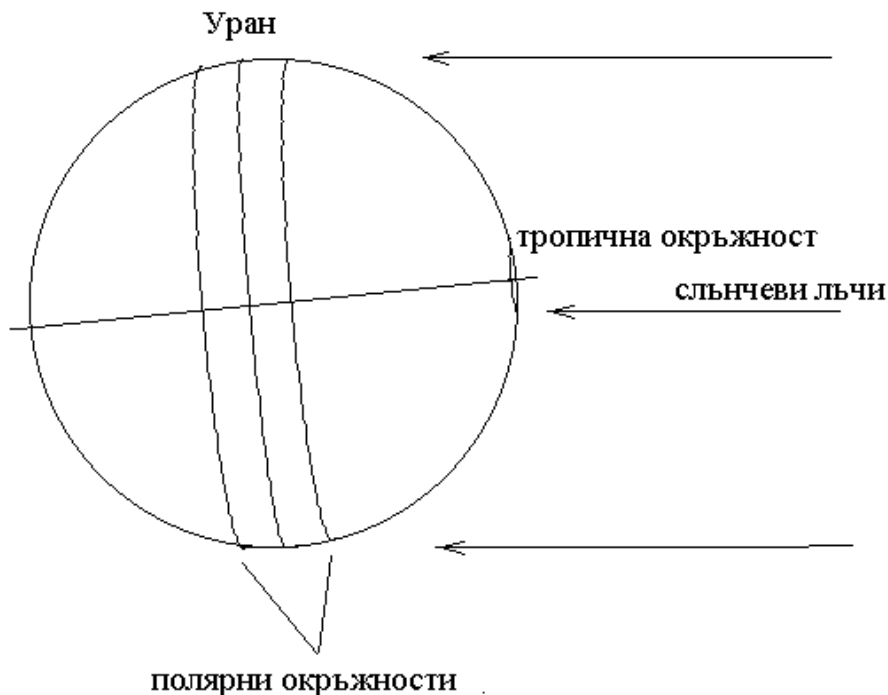
Решение: За наблюдателя А около лятното слънцестоене Слънцето при видимото си денонощно движение ще описва окръжност с радиус 8° около зенита. То ще бъде на височина над хоризонта $90^\circ - 8^\circ = 82^\circ$. Около зимното слънцестоене Слънцето няма да се вижда въобще – ще има полярна нощ. Около пролетното и есенното равноденствие центърът на видимия слънчев диск цялото денонощие ще лежи на хоризонта, така че ще се вижда половината слънчев диск. Той ще прави едно видимо завъртане по хоризонта за едно слънчево денонощие.



За наблюдател В през цялата година Слънцето ще бъде половината денонощие над хоризонта, а останалата половина под хоризонта. Около лятното и зимното слънцестоене по пладне то ще се издига на максимална височина 8°

над хоризонта, а около равноденствията ще изгрява вертикално нагоре и по пладне ще се издига до зенита, т.е. на височина над хоризонта 90° .

Полярните окръжности очертават зоните около полюсите, където може да има денонощия без залез на центъра на видимия слънчев диск под математическия хоризонт около лятното слънцестоене (или пък без изгрев около зимното). Те са на планетографска ширина, равна на наклона на оста към орбиталната равнина. В случая с Уран полярните окръжности са само на 8° северно и южно от екватора. Тропичните окръжности очертават зоната около екватора, където в някакви моменти от годината Слънцето може да достига зенита по пладне. За Уран те са на 8° около северния и южния полюс. Парадоксалното е, че за разлика от Земята, на Уран полярните окръжности са по-близо до екватора, а тропичните – по-близо до полюсите.



Задача 5 (9-10, 11-12 клас): Представете си, че сте на повърхността на невъртящ се астероид с радиус R и участвате в състезание по лов на малки естествени спътници на астероида с ласо. Космическото ласо се състои от масивен метален пръстен с маса m , завързан за безтегловно въже, с помощта на което завъртате пръстена и го хвърляте в нужната посока. Имате право на няколко предварителни опита за уточняване на скоростта на хвърляне. Не е разрешено ласото да се хвърля нагоре и да се използва часовник, затова пък разполагате с оптически уред за прецизно определяне на посоките (теодолит). Спътникът на астероида е с размерите на пръстена на ласото, маса M_c , кръгова орбита с радиус r и орбитален период T_c .

Къде по повърхността на астероида трябва да застанете и здраво да се закрепите?

В каква посока и в кой момент трябва да хвърлите ласото, за да се хване спътникът в него?

Ако началната скорост вече е известна, каква трябва да е масата на пръстена, така че след захващането спътникът сам да падне в ръцете Ви?

е такава, че то да се върне обратно при нас след време $T_{\text{л}}$. Времето определяме по движението на спътника. За време $T_{\text{л}}$ спътникът ще измине ъгъл $\alpha = 360^\circ T_{\text{л}} / T_{\text{с}} = 360^\circ [(R/r + 1)/2]^{3/2}$.

Каква трябва да е масата на пръстена? Нека $p_C = M_{CV_C}$ е импулсът на спътника, а $p_L = mv_K$ е импулсът на пръстена в апоцентъра. Импулсът на системата след захващането трябва да е $p = (M_C + m)v_K$. В сила е съотношението $p = p_C - p_L$. Следователно:

Освен това

От закона за запазване на момента на импулса следва, че

$$v_H R = v_K r, \quad (3)$$

където v_H е началната скорост на хвърляне на ласото. От (1), (2) и (3) получаваме

$$m = (M_C / 2) [(2 \pi r^2 / v_H R T_C) - 1]$$

Задача 6 (9-10 клас): Комета е наблюдавана далеч от Слънцето и нейната звездна величина е 13^m . След няколко месеца кометата е три пъти по-близо до Слънцето и пет пъти по-близо до Земята. Ще може ли тя да се наблюдава с невъоръжено око? Имайте предвид, че при приближаване към Слънцето веществото, образуващо комата и опашката на кометата, увеличава отразяващата си площ обратно пропорционално на квадрата на разстоянието до Слънцето.

Решение: Вследствие на увеличената отразяваща площ блясъкът на кометата ще нарастне 9 пъти. Поради това, че кометата е три пъти по-близо до Слънцето, единица площ от нея ще получава 9 пъти повече слънчева светлина. Общото увеличение на блясъка ще бъде 81 пъти. Всичко това се дължи само на приближаването на кометата към Слънцето.

Но понеже кометата е и пет пъти по-близо до Земята, то блясъкът ѝ ще се увеличи $81 \times 5^2 = 2025$ пъти. Прилагаме формулата на Погсон за първоначалния и крайния блясък на кометата:

$$\Delta m = -2.5 \lg (1 / 2025) = 8^m.27$$

първоначалната звездна величина на кометата ще намалее с $8^m.27$ и ще стане $13^m - 8^m.27 = 4^m.73$.

Кометата ще може да се наблюдава с невъоръжено око при добри условия на видимост.

Задача 7 (11-12 клас): Изкуствен спътник на Земята се движи по кръгова екваториална орбита от запад на изток на височина 600 km над земната повърхност. В деня на пролетното равноденствие известно време след залеза на Слънцето наблюдател на екватора вижда спътника, който се издига над хоризонта. В момента, когато спътникът достига зенита за наблюдателя, блясъкът му угасва. Ще може ли наблюдателят да види още веднъж този спътник в същата вечер? Влиянието на атмосферата да не се отчита.

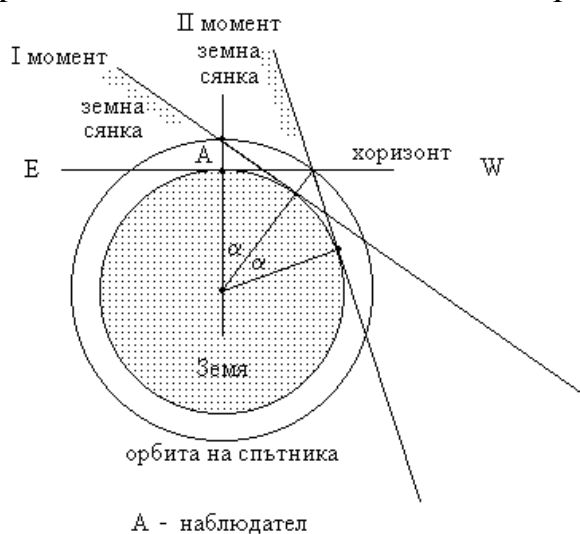
Решение: Пътят на спътника от западния хоризонт до зенита за наблюдателя съответства на ъгъл α от кръговата орбита на спътника. Ако $H = 600$ km е височината на орбитата, а R е радиусът на Земята, то:

$$\cos \alpha = R / (R + H)$$

$$\alpha \approx 23.9337^\circ$$

Блясъкът на спътника угасва, защото в същия момент границата на земната сянка минава през спътника (I момент на чертежа). По-късно, поради видимото денонощно движение на Слънцето, след интервал от време t

границата се завърта на някакъв ъгъл и минава през пресечната точка на орбитата на спътника и западния хоризонт на наблюдателя (II момент).



Както се вижда от чертежа, този ъгъл също е равен α , а за интервала време получаваме:

$$t = 24^h \times \alpha / 360^\circ \approx 1.60^h$$

Орбиталния период на спътника T може да се намери с помощта на III закон на Кеплер:

$$T = 2\pi ((R + H)^3 / \gamma M)^{1/2}$$

където M е масата на Земята.

$$T \approx 1.5956^h$$

Трябва също да се изчисли периодът T_1 на движение на спътника относно земната повърхност:

$$1 / T_1 = 1 / T - 1 / T'$$

$$T_1 = TT' / T' - T$$

където $T' = 23^h56^m$ е звездното денонощие.

$$T_1 \approx 1.7238^h$$

За време t – от момента, когато минава през зенита (I момент), до II момент, когато границата на земната сянка вече пресича орбитата на спътника на западния хоризонт за наблюдателя, спътникът изминава някаква част от своята орбита относно земната повърхност. До една пълна обиколка му остава още ъгъл α_1 . Да пресметнем този ъгъл:

$$\alpha_1 = 360^\circ(1 - t / T_1)$$

$$\alpha_1 \approx 26.7768^\circ$$

Той се оказва по-голям от α с величината:

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha \approx 2.8431^\circ$$

Т.е. в момента II спътникът ще бъде под хоризонта. Когато изгрее, той вече ще е в земната сянка. Следователно наблюдателят няма да може да види спътника още веднъж същата вечер.

Задача 8 (9-10, 11-12 клас): Дадени са ви две изображения на комети – фотография на кометата Хейл-Боп, която е заснел през 1997 г. астрономът Ташко Вълчев от Националната астрономическа обсерватория – Рожен, и зарисовка на кометата Хиякутаке, направена през 1996 г. от Валентин Велков от НАОП “Н. Коперник” – Варна. Освен това разполагате с две звездни карти – обикновена карта на северното звездно небе и карта №6 от Atlas Brno, която е в специална проекция, наречена гномонична. При тази проекция всички големи кръгове от небесната сфера се изобразяват като прави линии.

Идентифицирайте областите, в които се намира всяка от кометите. Прехвърлете изображенията на кометите върху подходящите карти и определете приблизително датите, на които са направени тези изображения. Опишете реда на вашата работа.

Указание: Най-ярката звезда в полето на изображението на кометата Хейл-Боп е α Лебед (Денеб).

Решение: Виждаме, че главата на кометата Хиякутаке е съвсем близо до Полярната звезда и следователно до северния небесен полюс. На звездната карта на северното небе всички големи кръгове се проектират като криви линии, освен деклинационните кръгове, които минават през северния небесен полюс. Тъй като главата на кометата е почти в северния небесен полюс, то опашката ѝ е разположена приблизително по един деклинационен кръг. Ето защо продължението на опашката и в двете посоки ще се изобразява с права линия и не е необходимо да използваме карта с гномонична проекция. Прерисуваме кометата върху картата на северното небе. Имайки предвид, че кометната опашка е насочена противоположно на Слънцето, намираме положението на Слънцето по еклиптиката в момента на наблюдението.

Нека определим положението на Слънцето по еклиптиката при наблюдението на кометата Хейл-Боп. Забелязваме, че кометата има две опашки – широка извита прахова опашка и тясна права йонна опашка. Ще използваме втората, защото именно тя е насочена точно в противоположна посока на Слънцето. Начертаваме продълженията на йонната опашка в двете страни и търсим по снимката конфигурации от по-ярки звезди, които можем да открием и на карта №6 от атлас Врно. Пренасяме изображението на кометата върху гномоничната карта, като особено внимаваме да нанесем точно направлението на йонната опашка. Продължаваме по права линия опашката към еклиптиката и намираме пресечната точка. На тази карта обаче, няма как да направим измерванията, затова внимателно пренасяме положението на получената пресечна точка върху картата на северното небе. Виждаме, че положението на Слънцето при наблюденията и на двете комети е близо до пролетната равноденствена точка. Слънцето изминава на ден около 1° по еклиптиката. Ако установим на колко градуса са двете получени точки от пролетната равноденствена точка, ще определим датите на наблюденията. За целта намираме северния еклиптичен полюс. Той лежи на деклинационния кръг $6^h - 18^h$ и е на $23^\circ 23'$ от северния небесен полюс. Като мярка за разстоянието $23^\circ 23'$ използваме максималното отстояние на еклиптиката от небесния екватор. От северния еклиптичен полюс прекарваме прави през двете наши точки на еклиптиката и с транспортир измерваме ъглите, на които те се намират от пролетната равноденствена точка. Тъй като кометите са наблюдавани в две последователни години, първата от които е високосна, то Слънцето е било в пролетната равноденствена точка на 20 март. Отгук следва, като имаме предвид неточностите на използвания начин, че най-вероятно кометата Хиякутаке е зарисувана на 25 март 1996 г., а Хейл-Боп е заснета на 13 март 1997 г.

Задача 9 (7-8 клас): През 1532 г. на небето се появила ярка комета. Един от най-видните астрономи на XVI век, Петер Апиан, бил придворен астроном на Карл V и Фердинанд I, при което разбира се, основното му занятие била

астрологията. Покрай това обаче, той усърдно наблюдавал кометата, станала дори известна като кометата на Апиан.

Разгледайте много внимателно гравюрата от онова време, на която е изобразена кометата. До някои от изображенията на кометата са написани датите, на които тя е наблюдавана, но са пропуснати месеците.

До всяка от датите добавете месеца, за който тя се отнася.

Право или обратно движение е имала кометата?

Определете средно какъв път в градуси е изминавала кометата на денонощие за интервала между датите 19 и 8.

На какво ъглово разстояние от Слънцето се е намирала главата на кометата на датата 19-ти? Какъв е бил ъгловият размер на опашката ѝ тогава?

Решение: На гравюрата виждаме, че Слънцето е разположено на двойна разграфена линия. Очевидно тази линия е еклиптиката, по която Слънцето се придвижва. Има линии, които свързват кометата, наблюдавана на съответната дата, и продължението на Слънцето върху еклиптиката на същата дата. Под еклиптиката са нарисувани изображения на три зодиакални съзвездия – Дева, Везни и Скорпион. Има две възможности. Първата е, че това са зодиакалните съзвездия, втората е, че това са зодиакалните знаци, които, както знаем, са изместени спрямо истинските зодиакални съзвездия. Когато кометата е между 19 и 8, Слънцето се намира в Скорпион. Ако това е съзвездието Скорпион, то месеците са септември и октомври, когато Слънцето действително е в съзвездието Скорпион. Но на гравюрата има дата 31, а месец септември има само 30 дни. Тогава може би това са зодиакални знаци и месеците са октомври и ноември. В този случай датите 19 и 31 се отнасят за месец октомври, а датите 1 и 8 – за месец ноември. Тази хипотеза се потвърждава и от това, че срещу изображението на Дева виждаме част от съзвездието Лъв. Това се вижда и от звездната карта, с която разполагаме. Ето защо кометата наистина е била наблюдавана в края на октомври и началото на ноември.

Кометата се движи приблизително в същата посока, както и Слънцето, и следователно има право движение.

За да определим ъгловото движение на кометата, трябва да знаем мащаба на изображението, т.е. на 1 cm колко градуса отговарят. За целта използваме положението на Слънцето на съответните дати. Пътят, който Слънцето е изминало по еклиптиката от 19 октомври до 8 ноември, т.е. за 20 денонощия, е приблизително 20° . На гравюрата това отговаря на разстояние от 5 cm, което ние измерваме с линейка. Следователно на 1 cm от гравюрата отговарят 4° .

Измерваме разстоянието между изображенията на кометата за съответните дати (19 и 8) и получаваме 11.3 cm. Ъгловото разстояние между положенията на кометата е $11.3 \times 4^\circ \approx 45^\circ$. Това разстояние кометата изминава за 20 денонощия. Средното ъглово движение на кометата е $45^\circ / 20 = 2^\circ.25$ за денонощие. Измерваме с линейка дължината на опашката на кометата за 19 октомври. Получаваме 6.5 cm. Ъгловият размер на опашката на кометата е $6.5 \times 4^\circ \approx 26^\circ$. Разстоянието от Слънцето до главата на кометата на 19 октомври е 9.1 cm. Оттук за ъгловото разстояние получаваме $9.1 \times 4^\circ \approx 36^\circ.4$.